

Modélisation d'une antenne J-Pôle

J-Pôle = Résonateur + Élément rayonnant

Résonateur = Partie gauche court-circuitée +
Partie droite ouverte

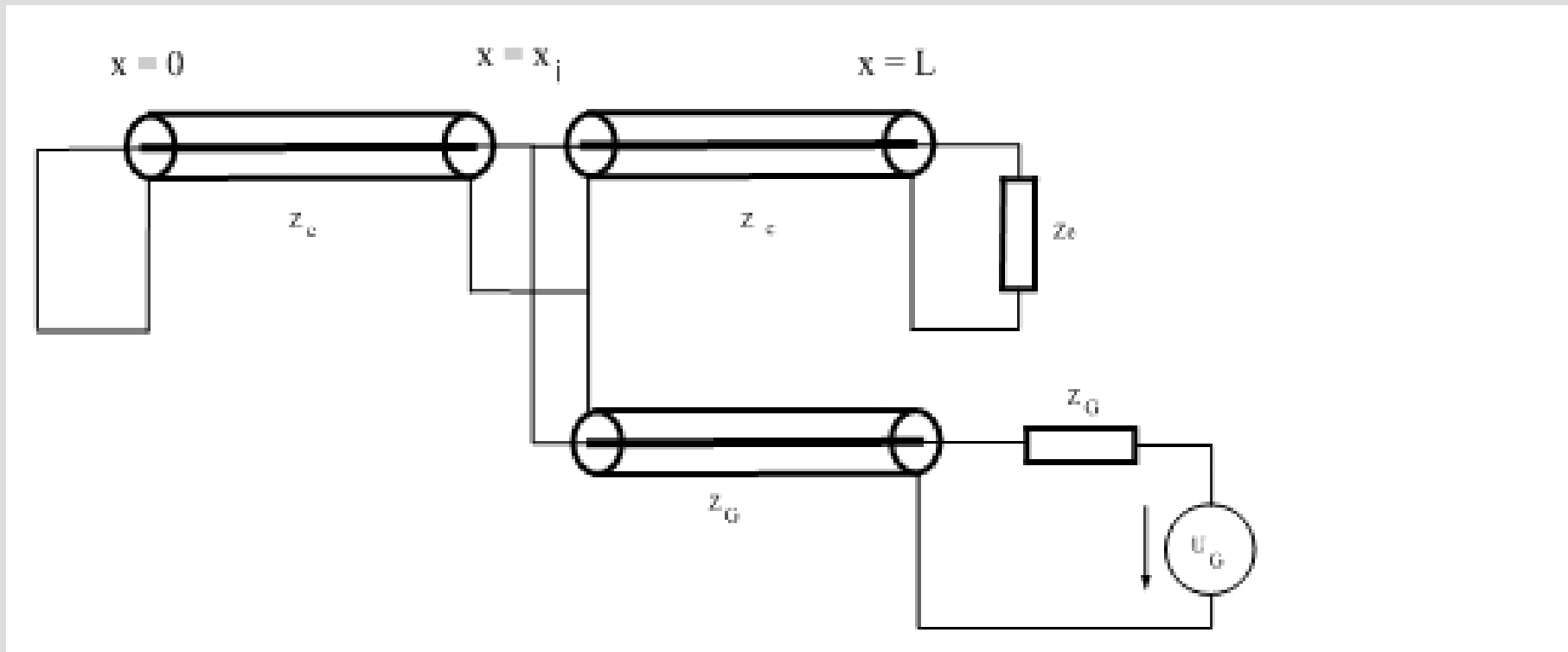
Élément rayonnant = Monopôle demi-onde

▣ Schéma du J-Pôle

Gauche

Droite

Élément rayonnant



Feeder

Générateur

Modèle mathématique du résonateur seul sans perte

Équation des ondes :

$$v^2 \frac{\partial^2 U(x, t)}{\partial^2 x} - \frac{\partial^2 U(x, t)}{\partial^2 t} = 0$$

Solutions stationnaires:

$$U(x, t) = \Psi(x) \Phi(t)$$

Solutions sinusoïdales $\Phi(t) = A_1 e^{i\omega t} + A_2 e^{-i\omega t}$ $\Psi(x) = B_1 e^{ikx} + B_2 e^{-ikx}$

Court-circuit à gauche et circuit ouvert à droite --> la solution :

$$U(x, t) = U_L \sin(kx) \sin(\omega t) \quad I(x, t) = -\frac{U_L}{Z} \cos(kx) \cos(\omega t)$$

k est le nombre d'onde, kl varie à $\pi/2$

lorsque x varie de 0 à L

Résonateur parfait seul sans perte

Solution générale

$$U(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} (U_L^n \sin(k_n x) \sin(\omega_n t)) \quad k_n = (2n+1)k$$

$$I(x, t) = - \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{U_L^n}{Z} \cos(k_n x) \cos(\omega_n t) \right) \quad \omega_n = (2n+1)\omega$$

Soit un résonateur en quart d'onde sans perte, alors il existe une infinité de solutions qui satisfont aux conditions aux limites $U=0$ à une extrémité et $I=0$ à l'autre extrémité. Ces solutions s'expriment comme sommes d'une fondamentale et des harmoniques pairs de cette fondamentale. Dans le cas où seule la fondamentale est retenue, alors la solution est unique à un facteur multiplicatif près et à un facteur de phase près.

Résonateur parfait seul sans perte, désaccordé

Peut-on accorder un résonateur quart d'onde mal taillé à l'aide d'une impédance locale terminale ?

$$U_0(L+l, t) = U_{L+l} \cos(kl) \sin(\omega t)$$

$$I(L+l, t) = \frac{U_{L+l}}{Z} \sin(kl) \cos(\omega t)$$

Oui, l'impédance doit être purement réactive de valeur :

$$z_e = i \frac{Z}{\operatorname{tg}(kl)}$$

Résonateur parfait alimenté par un feeder

La tension sur le feeder fixe la valeur de la tension du résonateur au point de connexion, le feeder ne peut ni apporter de l'énergie, ni en retirer ($VSWR = \infty$) !

L'impédance vue par le feeder en x_i est infiniment grande quelque soit le point x_i . L'expérience ne montre pas ce résultat car les pertes, même faibles du résonateur permettent la fourniture d'énergie du feeder au résonateur et l'impédance vue par le feeder dépend de x_i . Nous discuterons ce point plus loin.

Modèle mathématique du J-Pôle complet sans perte

J-pôle : Résonateur + Élément rayonnant

Modèle : Résonateur + Impédance terminale z_e

Calculs en 3 étapes :

La tension du générateur est :

$$1) \quad U^g = U_0 e^{i\omega(t-t_0)}$$

$$2) \quad U^g = U_0 e^{-i\omega(t-t_0)}$$

$$3) \quad U^g = U_0 \sin(\omega(t-t_0))$$

Il faut les effectuer pour la partie gauche et ensuite pour la partie droite du résonateur en tenant compte de z_e .

Un exemple de calcul

La tension dans la partie gauche du résonateur .

La tension du générateur est $U^g = U_0 \sin(\omega(t - t_0))$

$$U_{\sin}^g(x, t) = 2U_p^f \sin(kx)$$

$$\left(\frac{(\Im(z_e) \sin_i + z \cos_i)(z \cos_i \sin_i + \Im(z_e) \sin_i^2) + \Re(z_e) \sin_i (\Re(z_e) \sin_i^2 + z_f)}{(z \cos_i \sin_i + \Im(z_e) \sin_i^2)^2 + (\Re(z_e) \sin_i^2 + z_f)^2} \sin(\omega t) \right. \\ \left. - \frac{\Re(z_e) \sin_i (z \cos_i \sin_i + \Im(z_e) \sin_i^2) - (\Im(z_e) \sin_i + z \cos_i) (\Re(z_e) \sin_i^2 + z_f)}{(z \cos_i \sin_i + \Im(z_e) \sin_i^2)^2 + (\Re(z_e) \sin_i^2 + z_f)^2} \cos(\omega t) \right)$$

Il y a déphasage : termes en $\sin(\omega t)$ et en $\cos(\omega t)$

Perte du résonateur

Énergie électrique et magnétique :

$$E_{\tilde{C}}(t) = \frac{1}{2} \int_0^L \tilde{C} (U_L \sin(kx))^2 dx \sin^2(\omega t)$$

$$E_{\tilde{L}} = \frac{1}{2} \frac{1}{Z^2} \int_0^{\pi/2} \tilde{L} (U_L \cos(kx))^2 dx \cos^2(\omega t)$$

Elles sont égales en moyenne temporelle et leur somme vaut :

$$E_{\text{câble}} = E_{\tilde{C}} + E_{\tilde{L}} = \frac{1}{2} \frac{1}{8} \tilde{C} \lambda U_L^2$$

C'est l'énergie d'un condensateur. Sa décroissance temporelle est de la forme :

$$E_C(t) = \frac{1}{2} C U^2(t) = \frac{1}{2} C U_0^2 e^{-2t/RC} = E_0 e^{-2t/RC}$$

dB/m --> dB/s --> R 1

Les pertes sont données par les constructeurs en dB/m.

β_m loi exponentielle

Elles sont transformées en dB/s en utilisant la célérité du câble

$\beta_s = v \beta_m$ loi exponentielle

La décroissance de l'énergie dans le câble dépend donc exponentiellement du temps.

Il en est de même de celle d'un condensateur fermé sur une résistance.

Simulation des pertes par une résistance : Rperte

dB/m --> dB/s --> R 2

La décroissance de la puissance:

$$P(x) = P_0 e^{-\frac{\ln(10)}{10} \beta_m x}$$

On utilise $\beta_s = v \beta_m$ il vient

$$P(t) = P_0 e^{-\frac{\ln(10)}{10} \beta_s t}$$

Il en est de même de l'énergie dans le câble :

$$E(t) = E_0 e^{-\frac{\ln(10)}{10} \beta_s t}$$

La décroissance de la tension du condensateur : $U(t) = U_0 e^{-2t/RC}$

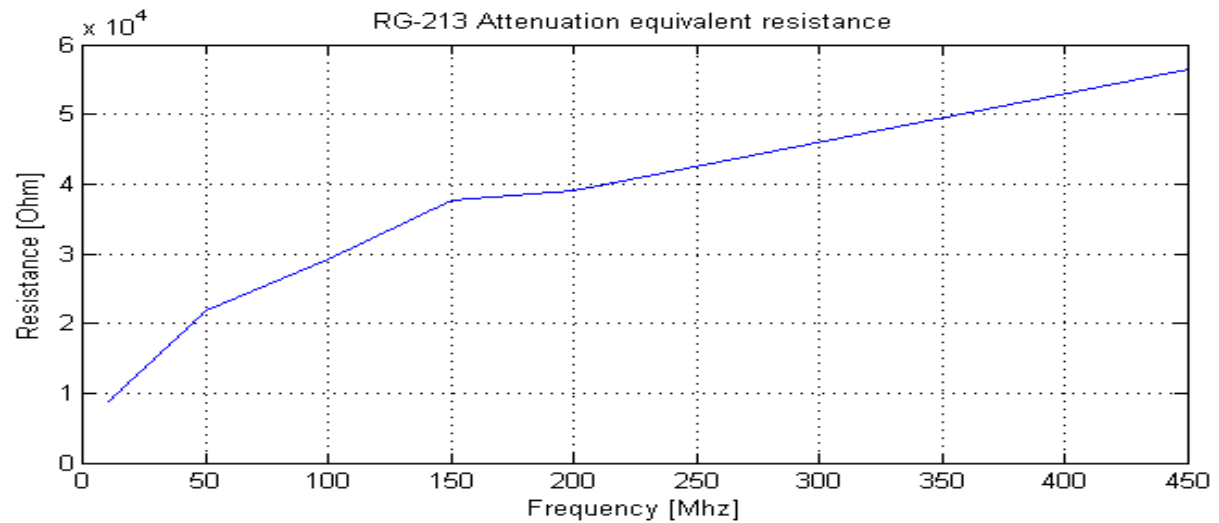
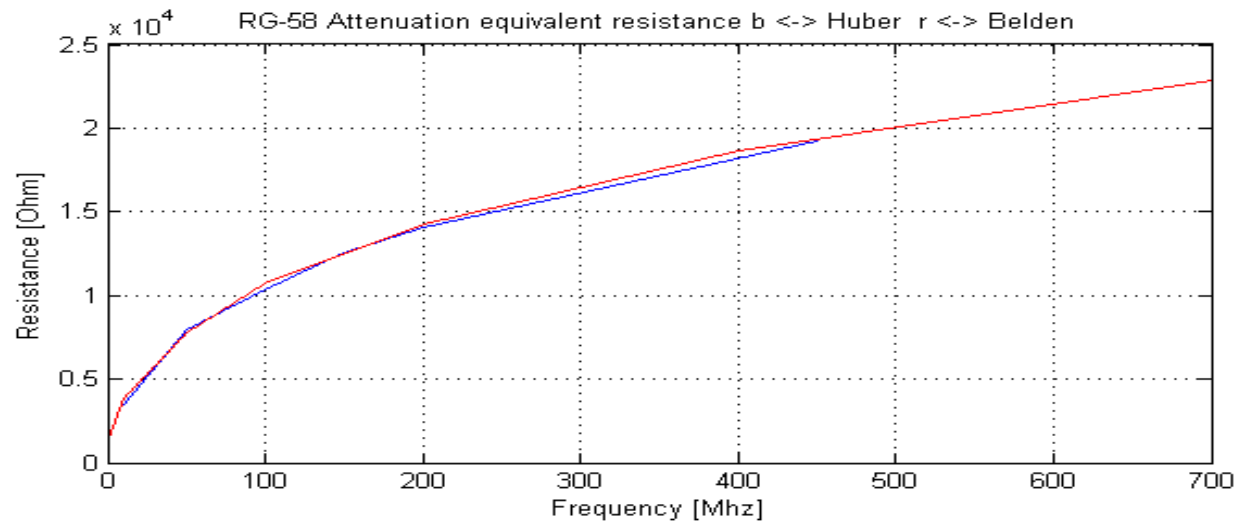
La décroissance de l'énergie du condensateur : $E(t) = E_0 e^{-2t/RC}$

En égalant $E(t) = E_0 e^{-\frac{\ln(10)}{10} \beta_s t}$ et $E(t) = E_0 e^{-2t/RC}$

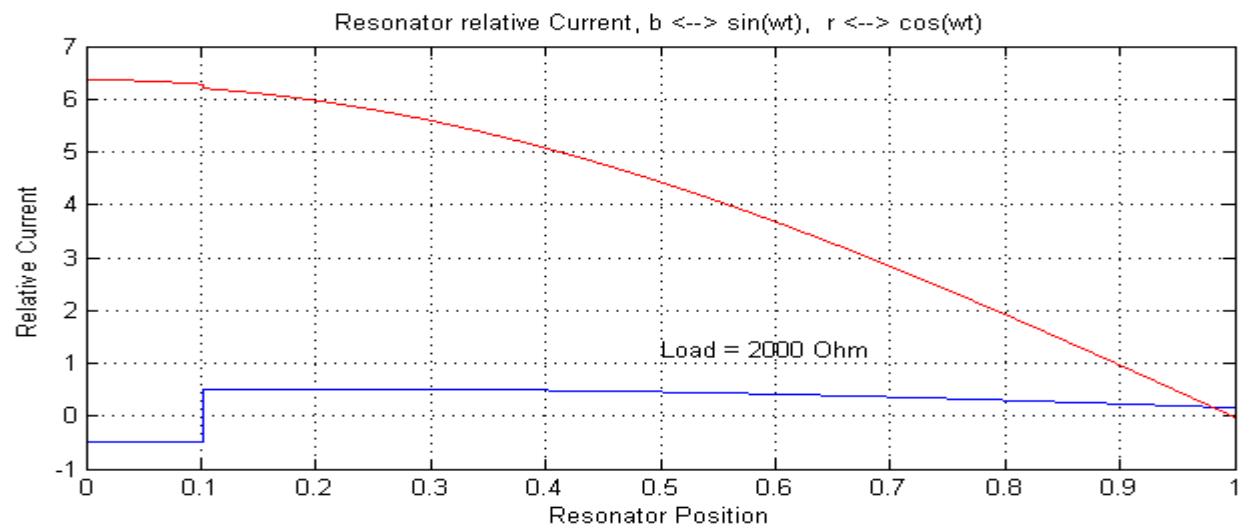
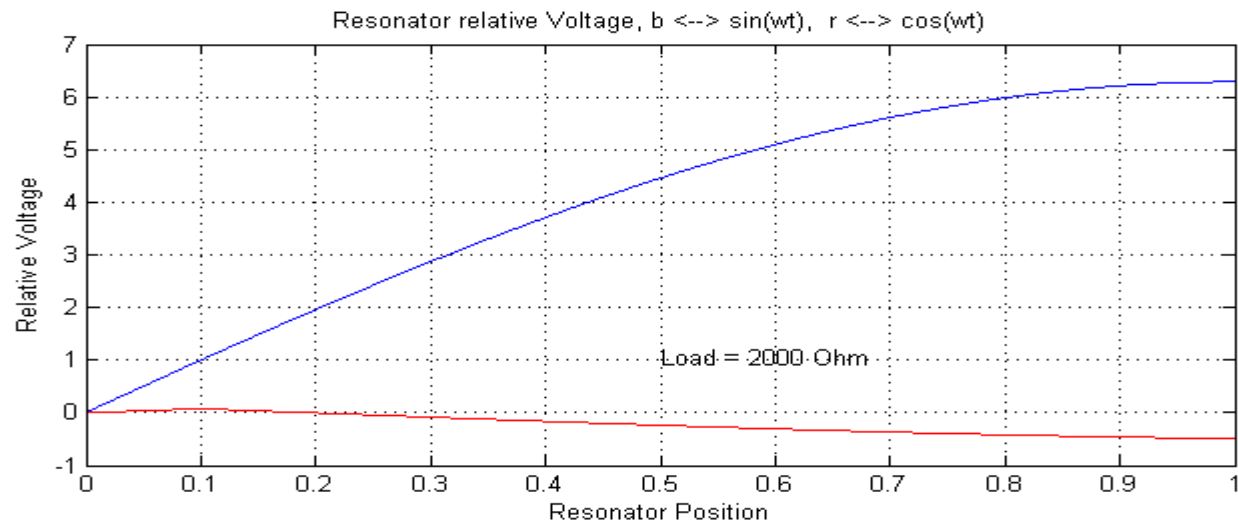
Il vient :

$$R = \frac{2}{C} \frac{10}{\ln(10)} \frac{1}{\beta_s} = \frac{2}{C} \frac{10}{\ln(10)} \frac{1}{\beta_m v} = \frac{2 \cdot 10}{\ln(10)} \frac{8}{\tilde{C} \lambda} \frac{1}{v} \frac{1}{\beta_m}$$

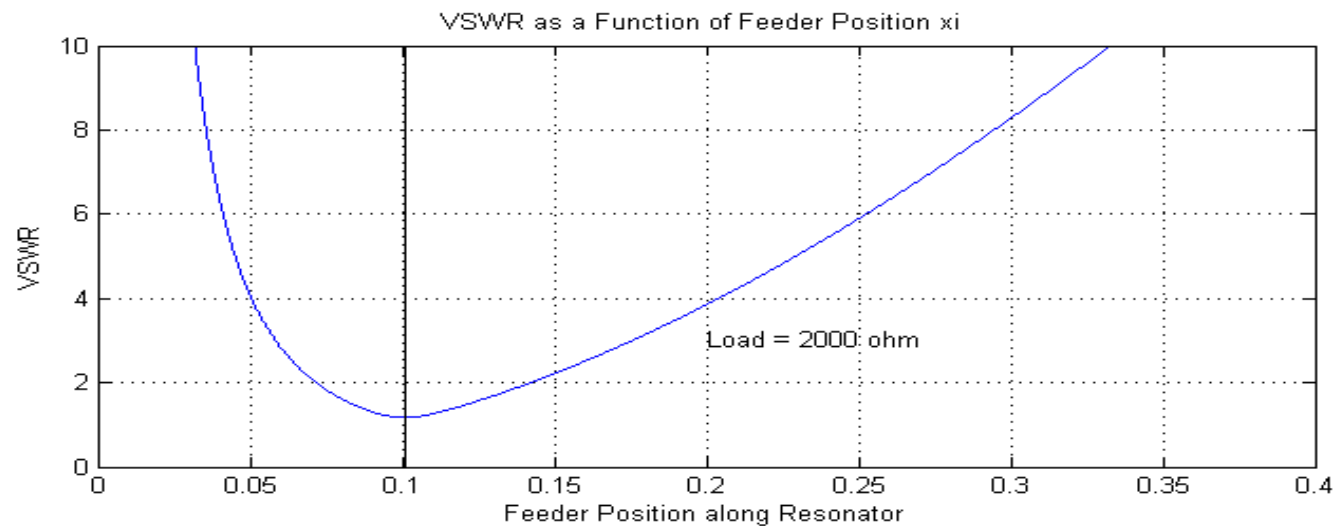
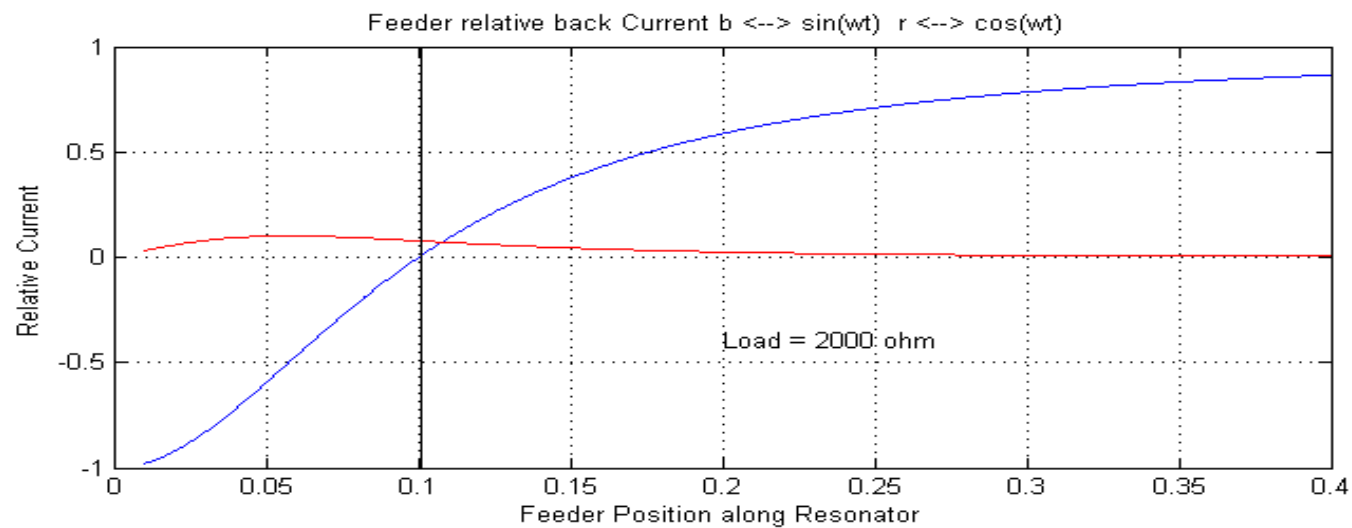
dB/m --> dB/s --> R 3



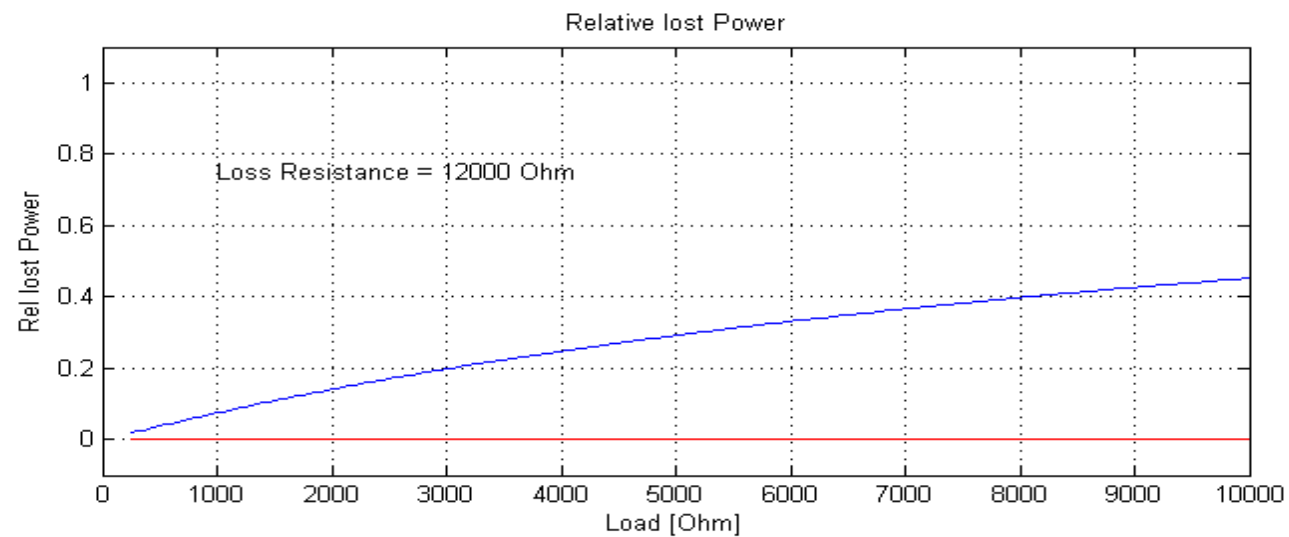
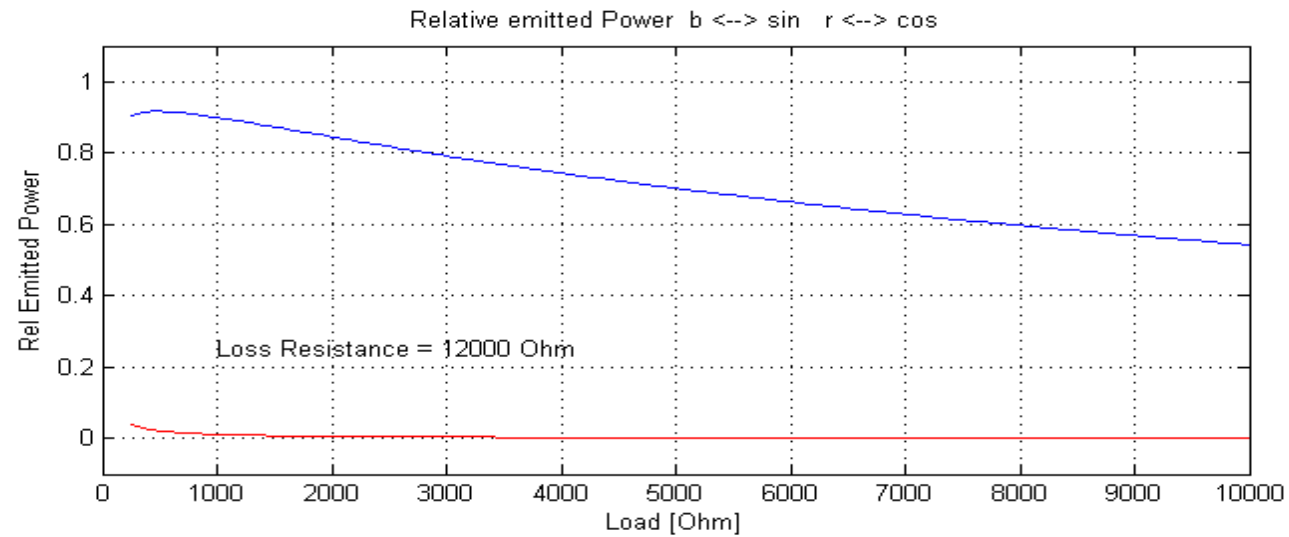
Tension et courant dans le résonateur



Minimum de VSWR en fonction de la position



Puissances émise et perdue



Réalisations pratiques

- Claude, HB9OX a réalisé une antenne J-Pôle en RG-58 pour la bande des 20 m, bien avant cette étude.
- Trois J-pôles ont été réalisés par nos soins.
 - Le premier avant d'étudier son fonctionnement.
 - Le deuxième, similaire au premier en « Tween Lead »
 - Le troisième en câble coaxial de TV (60 Ohm)
- La comparaison entre le J-Pôle « tween lead » et une antenne double bazooka, montre que ces antennes se comporte identiquement.
- Neuchâtel – Murten avec 0,4 W (peu de souffle)

Conclusions

- Étude théorique et réalisations pratiques sont concordantes
- La simulation met en évidence des propriétés mal connues
 - La dépendance des pertes intrinsèques en fonction de la fréquence
 - Taux d'ondes stationnaires minimal non-nul
 - L'insertion optimale du feeder
 - Les valeurs des tensions et courants

Remerciements

Claude, HB9OX a supporté longuement mes bavardages.

Il m'a fait de nombreuses remarques parfaitement pertinentes.

Je l'en remercie chaleureusement.

HB9FDB Denis